|  |  |
| --- | --- |
| 结论十：焦点三角形的面积公式 | |
| 结  论 | **(1)在椭圆+=1(a>b>0)中,F1,F2分别为左、右焦点,P为椭圆上一点,则△PF1F2的面积=b2·tan,其中θ=∠F1PF2.**  **(2)在双曲线-=1(a>0,b>0)中,F1,F2分别为左、右焦点,P为双曲线上一点,则△PF1F2的面积=,其中θ=∠F1PF2.** |
| 解  读 | 这两个结论的得到可以利用定义、余弦定理得到，例如第1个：设由椭圆定义可得：，即；由余弦定理可得：整理可得：  ，即，所以，  所以三角形的面积为 |
| 典  例 | 已知，分别是双曲线的左、右焦点，点是双曲线上一点，且，的面积为，则双曲线的渐近线方程为\_\_\_\_\_\_. |
| 解  析 | 【答案】  【详解】，，  则，所以，，  因为，所以，，可得.因此，双曲线的渐近线方程为，即. |
| 反  思 | 本题利用双曲线的定义和勾股定理可求得，再利用三角形的面积公式可得出，进而可得出双曲线的渐近线方程.  双曲线中的焦点三角形：双曲线上一点与双曲线的两个焦点、构成的称为焦点三角形，在处理双曲线中的焦点三角形问题时，可结合双曲线的定义以及三角形中的有关定理和公式（如正弦定理、余弦定理、三角形的面积公式等）来求解. |
| 针对训练\*举一反三 | |
| 1．设是双曲线上的点，、是焦点，双曲线的离心率是，且，的面积是7，则是（ ）  A． B． C． D．  【答案】A  【解析】因为离心率为，又焦点三角形面积，又解得，故，故选：A.  2．椭圆的焦点为，*P*为椭圆上一点，若，则的面积是（ ）.  A． B． C． D．  【答案】A  【解析】由于椭圆焦点三角形的面积公式为，故所求面积为，故选A.  3．设是双曲线的左、右焦点，为双曲线右支上一点，若，则双曲线的两条渐近线的夹角为（ ）  A． B． C． D．  【答案】C  【解析】由双曲线焦点三角形的面积公式有得故.  故渐近线的斜率.故双曲线的两条渐近线倾斜角分别为与.故双曲线的两条渐近线的夹角为.故选：C  4.已知点是双曲线的左焦点，为右支上一点.以的实轴为直径的圆与线段交于，两点，且，是线段的三等分点，则的渐近线方程为（ ）  A． B． C． D．  【答案】B  【详解】设双曲线右焦点为，取中点，连接  figure  设，由双曲线定义知：，，且，，又，为中点，又为中点，且，，解得：，，，  ，又双曲线焦点三角形面积  ，，双曲线渐近线方程为。  5．在直角坐标系*xOy*中，*F*1(-*c*，0)，*F*2(*c*，0)分别是双曲线*C*：的左、右焦点，位于第一象限上的点*P*(*x*0,*y*0)是双曲线*C*上的一点，△*PF*1*F*2的外心*M*的坐标为，△*PF*1*F*2的面积为2*a*2，则双曲线*C*的渐近线方程为（ ）  A．*y*＝±*x* B．*y*＝*x* C．*y*＝*x* D．*y*＝±*x*  【答案】D  【详解】由△*PF*1*F*2的外心*M*，知：，  ∴在△中，，即，故∠*F*1*PF*2＝，在△中，，而，  ∴，即，  ∴，而，∴由题意知：，故双曲线的渐近线方程为：．  6．已知椭圆中，点*P*是椭圆上一点，*F*1，*F*2是椭圆的焦点，且∠*PF*1*F*2＝120°，则△*PF*1*F*2的面积为\_\_\_\_\_\_\_\_．  【答案】  【详解】由，可知*a*＝2，*b*＝，所以*c*＝，从而|*F*1*F*2|＝2*c*＝2.在△*PF*1*F*2中，由余弦定理得|*PF*2|2＝|*PF*1|2＋|*F*1*F*2|2－2|*PF*1||*F*1*F*2|cos∠*PF*1*F*2，即＝|*PF*1|2＋4＋2|*PF*1|，①由椭圆定义得|*PF*1|＋|*PF*2|＝2*a*＝4，②由①②联立可得|*PF*1|＝.所以.  7．设为椭圆:的两个焦点。为上点，的内心*I*的纵坐标为，则的余弦值为\_\_\_\_\_.  【答案】0  【解析】如图，  figure  由题意知的内切圆的半径为，又由三角形的内切圆半径，  即，又由焦点三角形的面积，所以，所以，所以. | |

****